

Vektorräume & Basen:

Ebene: $0 = x - y + 3z$
 $\vec{x} = \vec{x}_0 + s \cdot \vec{w}_1 + t \cdot \vec{w}_2$
 $\vec{w}_1 = 0 \parallel \vec{w}_2 = 0$
 $\vec{w}_1 \cdot () + t \cdot ()$

Ergänzungssystem: Jeder Vektor als lin. Kombi darstellbar
 $\hookrightarrow$ lin. unabhängig = BASIS

Δ T_{no} kann klein sein, aber muss **NICHT** gegen die Funktion!
 $\hookrightarrow$ Näherung wenn $R \xrightarrow{\text{Höf}} 0$

$\cos(iz) = \cosh(z)$ // $\sin(iz) = i \sinh(z)$
 $\frac{e^{-iz} + e^{iz}}{2} = \cosh(z)$ // $\frac{e^{-iz} - e^{iz}}{2i} = i \sinh(z)$

Anwendung d. Supremums beim Realteil, größtmöglicher Fehler zw. 98. Punkt x & Exakte Punkt x_0
 [Realteil abschätzen // Messend. App. Gr.]

$v_n \rightarrow \frac{v_i}{\|v_i\|}$ Orthogonalprojektion: • kürzester Vektor, kleinstes Abst.
 $\hat{u} = \langle w, v_0 \rangle \cdot v_0 + \langle w, v_1 \rangle \cdot v_1 + \dots =$ "Vektor!"

1. Berechnung d. Koeffizienten:

$$a_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \cos(n\omega t) dt$$

wenn Funktion gerade

$$a_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(t) \cdot \cos(n\omega t) dt \quad \rightarrow b_n = 0 \text{ \& Mod.}$$
$$b_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \sin(n\omega t) dt \quad \text{wenn Funktion ungerade}$$
$$b_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \cdot \sin(nu) dt \quad \text{für } a_n = 0 \text{ (Mod.)}$$

Adding with the previous
grade/age code (24) & (24-1) &

Definieren wir obere / untere Hälfte $\sqrt{-1} \pm i$!!

erh: "Nurrechnen" mit Beschr. d. Normalbereichs

...pauze!!

Skalarprodukt: $\langle x, y \rangle = \int_{\mathbb{R}^n} x^T y \, d\mu$ / $\langle x, y \rangle = \int_{\mathbb{R}^n} x^T y \, d\mu$

$$dy = \sum_{k=1}^n x^k p(\dots) d(\dots)$$
$$\begin{aligned} \text{polar} \quad \left\{ \begin{aligned} dy &= \int x^2 p(\dots) d(\dots) \\ J_0 &= \int (x^2 + y^2) p(\dots) d(\dots) \end{aligned} \right\} \quad \left\{ \begin{aligned} \text{cyl} \quad \left\{ \begin{aligned} dy &= \int x^2 p(\dots) d(\dots) \\ J_0 &= \int (x^2 + y^2) p(\dots) d(\dots) \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

latent transformation:

Identifikation:

1.) Polarweg
2.) $x = r \cdot \cos \varphi$ // $y = r \cdot \sin \varphi$

3.) Kugel: 1.) $x = r \cdot \cos \varphi \cdot \sin \vartheta$
 $y = r \cdot \sin \varphi \cdot \sin \vartheta$

3.) $KF = r$
4.) $\varphi \in [0, \infty) \times [0, 2\pi]$

3.) $KF = r$
4.) $\in [0, \infty) \times [0, 2\pi]$

5.) 1.) $x = r \cdot \cos \varphi$ 2.) $KF = r$

3.) $KF: r = \sin \varphi$
3.) $\in [0, \infty) \times [0, \pi] \times [0, 2\pi]$

5. 1.) $x = r \cdot \cos \varphi$ 2.) $KF = r$ 3.) $\in [0, \infty) \times [0, \pi] \times [0, 2\pi]$
 $y = r \cdot \sin \varphi$ 3.) $\in [0, \infty) \times [0, 2\pi] \times \mathbb{R}$
 $z = z$

$$y = r \cdot s(\omega) \quad 3.) \in [0, \infty) \times [0, 2\pi] \times \mathbb{R}$$
$$\int f(x,y,z) \, d(x,y,z) = \iiint_C f(T(\bar{u},v,w)) |\det J_T(\bar{u},v,w)| \, d(u,v,w)$$

Dimension d. LGS-Systems = Grad DGL - #NW

Dimension d. Lösungsraum = Grad DGL - #NW
= 0 (eindeutig)

afgang van Liouville $\rightarrow$ ≈ 0 (einde bij)

4te Ordnung mit konst. Koeffizienten: Ansatzmethode §

4. Ordnung mit konst. Koeffizienten: Ansatzmethode

ablesen d. homogenen
 $y(x)$ d. inhomogenen... = 0

Phasenplan

Koeffizienten
angeben

aufschreiben & homogenisieren
 $= y(x)$ & D: Differentialgleichung... $= 0$
 $\neq 0$ dann $\lambda^{(1)} \rightarrow \lambda^{(2)} \dots$ Charakt. Polynom NST suchen
 angeben: $V_{\lambda^{(1)}} = c_1 \cdot e^{\lambda^{(1)} x}$ $V_{\lambda^{(2)}} = c_2 \cdot e^{\lambda^{(2)} x}$ $\dots$ $V_{\lambda^{(n)}} = c_n \cdot e^{\lambda^{(n)} x}$
 wenn $\dots$ Charakt.: $\begin{cases} e^{\lambda^{(1)} x} \cdot x \\ e^{\lambda^{(2)} x} \cdot x^2 \end{cases}$

$\rightarrow$ $\gamma^x \dots$ Charakter. Polynom NST suchen: $\{x^x, x^{2x}, \dots\}$
 gegeben: $V_{\text{ally}} = c_1 e^{x^x} + c_2 e^{2x^x} + \dots$ Wann unlosbar: $\{x^x e^{x^x}, \dots\}$
 $\rightarrow$ Ableitung $e^{a \cdot b(x)} = e^{a \cdot x} \cdot \cos b(x)$; $e^{a - b(x)} = e^{a \cdot x} \cdot \sin b(x)$

$\rightarrow$ Lösung $e^{ax} = e^{ax} \cdot \cos bx$; $e^{a-bix} = e^{ax} \cdot \sin bx$
 homogener Teil mit spez. Ansatz; Nachbilden von $r(x)$, wenn ein
 Rest $1 \cdot x$ bis $\neq$
 $\rightarrow$ Koeffizientenvergleich & Addition zu homogener

homogener Teil mit spez. Ansatz: Nachbilden von $r(x)$, wenn ein
 Rest $1 \cdot x$ bis $\neq$ $\rightarrow$ Koeffizientenvergleich & Addition zu homogener
 Lösung. Das was da $= r(x) \rightarrow$ Lösung ist das

usatz	$a+bi$	Linien d. d.ter. Gleichg.	Resonanz
$Ax^2 + 3x + c$	0	0:0:1	$x^2 \cdot (Ax^2 + 3x + c)$

Ansatz	$a + bi$	α -Wert Gleichung	Residuum
$Ax^2 + Bx + C$	0	0,014	$x^2 \cdot (Ax^2 + Bx + C)$
$e^{2x} \cdot (Ax + B)$	2	.	.
$\frac{1}{\sin 2x} + \cos 2x$	2i	.	.

$$\begin{array}{l} e^{2x} \cdot (Ax+B) \\ + \sin 2x + B \cos 2x \\ (Ax+B)e^{2x} \sin 3x + (Cx+D)e^{2x} \cos 3x \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 2i \\ 2 \pm 3i \end{array}$$
$$(Ax+B)e^{2x} \sin 3x + (Cx+D)e^{2x} \cos 3x \quad 2 \neq 3i$$
[illegible]

	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
sin	0	1/2	√2/2	√3/2	1	√3/2	√2/2	1/2	0	-1/2	-√2/2	-√3/2	-1	-√3/2	-√2/2	-1/2	0
cos	1	√3/2	√2/2	1/2	0	-1/2	-√2/2	-√3/2	-1	-√3/2	-√2/2	-1/2	0	1/2	√2/2	√3/2	1
tan	0	1/√3	1	√3	∞	-√3	-1	-1/√3	0	1/√3	1	√3	∞	-√3	-1	-1/√3	0
cot	∞	√3	1	1/√3	0	-1/√3	-1	-√3	∞	√3	1	1/√3	0	-1/√3	-1	-√3	∞

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
 $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos(2x)$
 $\cos(-x) = \cos(x)$
 $\sin(-x) = -\sin(x)$
 $\tan(-x) = -\tan(x)$
 $\cot(-x) = -\cot(x)$
 $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$
 $\cosh(x-b) = \cosh(x) \cosh(b) + \sinh(x) \sinh(b)$
 $\sinh(x-b) = \sinh(x) \cosh(b) - \cosh(x) \sinh(b)$

$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$
 $\log_a\left(\frac{1}{x}\right) = -\log_a(x)$
 $\log_a(1) = 0$
 $\log_a(x^r) = r \cdot \log_a(x)$
 $a^{x+y} = a^x \cdot a^y$
 $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$
 $a^0 = 1$
 $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$

geom. Reihe: $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$
 harm. Reihe: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ konv. $x > 1$
 binom. Reihe: $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n = (1+x)^\alpha$

part. Integr.: $\int \vec{u} \cdot \nabla v \, dx = \vec{u} \cdot \nabla v - \int \nabla \cdot (\vec{u} v) \, dx$
 Quotient: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
 Substitution: $\int x \, dx = \frac{1}{2} x^2$

$\int \ln x \, dx = x \ln x - x$
 $\int \ln^2 x \, dx = x \ln^2 x - 2x \ln x + 2x$

	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x^3}$	$\frac{1}{x^4}$	$\frac{1}{x^5}$	$\frac{1}{x^6}$	$\frac{1}{x^7}$	$\frac{1}{x^8}$	$\frac{1}{x^9}$	$\frac{1}{x^{10}}$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x)$	$-\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{2x^2}$	$-\frac{1}{3x^3}$	$-\frac{1}{4x^4}$	$-\frac{1}{5x^5}$	$-\frac{1}{6x^6}$	$-\frac{1}{7x^7}$	$-\frac{1}{8x^8}$	$-\frac{1}{9x^9}$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x}$	$\ln(x)$	$-\frac{1}{2x^2}$	$-\frac{1}{3x^3}$	$-\frac{1}{4x^4}$	$-\frac{1}{5x^5}$	$-\frac{1}{6x^6}$	$-\frac{1}{7x^7}$	$-\frac{1}{8x^8}$	$-\frac{1}{9x^9}$
$\frac{1}{x^3}$	$-\frac{1}{2x^2}$	$-\frac{1}{3x^3}$	$\ln(x)$	$-\frac{1}{2x^2}$	$-\frac{1}{3x^3}$	$-\frac{1}{4x^4}$	$-\frac{1}{5x^5}$	$-\frac{1}{6x^6}$	$-\frac{1}{7x^7}$	$-\frac{1}{8x^8}$
$\frac{1}{x^4}$	$-\frac{1}{3x^3}$	$-\frac{1}{4x^4}$	$-\frac{1}{5x^5}$	$\ln(x)$	$-\frac{1}{2x^2}$	$-\frac{1}{3x^3}$	$-\frac{1}{4x^4}$	$-\frac{1}{5x^5}$	$-\frac{1}{6x^6}$	$-\frac{1}{7x^7}$
$\frac{1}{x^5}$	$-\frac{1}{4x^4}$	$-\frac{1}{5x^5}$	$-\frac{1}{6x^6}$	$-\frac{1}{7x^7}$	$\ln(x)$	$-\frac{1}{2x^2}$	$-\frac{1}{3x^3}$	$-\frac{1}{4x^4}$	$-\frac{1}{5x^5}$	$-\frac{1}{6x^6}$
$\frac{1}{x^6}$	$-\frac{1}{5x^5}$	$-\frac{1}{6x^6}$	$-\frac{1}{7x^7}$	$-\frac{1}{8x^8}$	$-\frac{1}{9x^9}$	$\ln(x)$	$-\frac{1}{2x^2}$	$-\frac{1}{3x^3}$	$-\frac{1}{4x^4}$	$-\frac{1}{5x^5}$
$\frac{1}{x^7}$	$-\frac{1}{6x^6}$	$-\frac{1}{7x^7}$	$-\frac{1}{8x^8}$	$-\frac{1}{9x^9}$	$-\frac{1}{10x^{10}}$	$-\frac{1}{11x^{11}}$	$\ln(x)$	$-\frac{1}{2x^2}$	$-\frac{1}{3x^3}$	$-\frac{1}{4x^4}$
$\frac{1}{x^8}$	$-\frac{1}{7x^7}$	$-\frac{1}{8x^8}$	$-\frac{1}{9x^9}$	$-\frac{1}{10x^{10}}$	$-\frac{1}{11x^{11}}$	$-\frac{1}{12x^{12}}$	$-\frac{1}{13x^{13}}$	$\ln(x)$	$-\frac{1}{2x^2}$	$-\frac{1}{3x^3}$
$\frac{1}{x^9}$	$-\frac{1}{8x^8}$	$-\frac{1}{9x^9}$	$-\frac{1}{10x^{10}}$	$-\frac{1}{11x^{11}}$	$-\frac{1}{12x^{12}}$	$-\frac{1}{13x^{13}}$	$-\frac{1}{14x^{14}}$	$-\frac{1}{15x^{15}}$	$\ln(x)$	$-\frac{1}{2x^2}$
$\frac{1}{x^{10}}$	$-\frac{1}{9x^9}$	$-\frac{1}{10x^{10}}$	$-\frac{1}{11x^{11}}$	$-\frac{1}{12x^{12}}$	$-\frac{1}{13x^{13}}$	$-\frac{1}{14x^{14}}$	$-\frac{1}{15x^{15}}$	$-\frac{1}{16x^{16}}$	$-\frac{1}{17x^{17}}$	$\ln(x)$

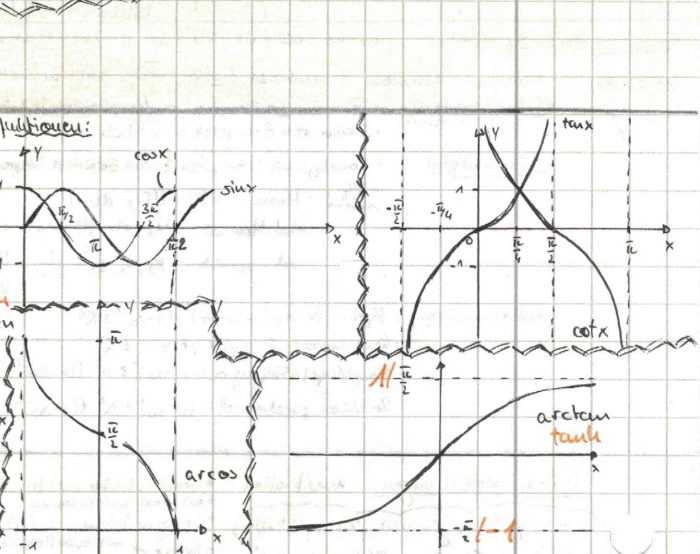
Integrals:
 $\int \tan ax \, dx = -\frac{1}{a} \ln|\cos ax|$
 $\int \sec ax \, dx = \frac{1}{a} \ln|\sec ax + \tan ax|$
 $\int \sin ax \, dx = -\frac{1}{a} \cos ax$
 $\int \cos ax \, dx = \frac{1}{a} \sin ax$
 $\int \sin^2 ax \, dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2ax}{4a}$
 $\int \cos^2 ax \, dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2ax}{4a}$
 $\int \sin^3 ax \, dx = -\frac{\cos ax}{a} + \frac{\cos^3 ax}{3a}$
 $\int \cos^3 ax \, dx = \frac{\sin ax}{a} - \frac{\sin^3 ax}{3a}$
 $\int x \sin ax \, dx = -\frac{\sin ax}{a^2} + \frac{x \cos ax}{a}$
 $\int x \cos ax \, dx = \frac{\cos ax}{a^2} + \frac{x \sin ax}{a}$
 $\int x^2 \sin ax \, dx = -\frac{x^2 \cos ax}{a} + \frac{2x \sin ax}{a^2} - \frac{2 \cos ax}{a^3}$
 $\int \frac{1}{\sin ax} \, dx = -\frac{1}{a} \ln|\tan(\frac{ax}{2})|$
 $\int e^{ax} \sin bx \, dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2} (a \sin bx - b \cos bx)$
 $\int \arcsin(\frac{x}{a}) \, dx = x \arcsin(\frac{x}{a}) + \sqrt{a^2-x^2}$

$\int \sin ax \cos ax \, dx = \frac{1}{2a} \sin^2 ax$
 $\int \sin^2 ax \cos^2 ax \, dx = \frac{x}{8} - \frac{\sin 4ax}{32a}$
 $\int \sinh ax \, dx = \frac{1}{a} \cosh ax$
 $\int \cosh ax \, dx = \frac{1}{a} \sinh ax$
 $\int \tanh ax \, dx = \frac{1}{a} \ln|\cosh ax|$
 $\int \sinh^2 ax \, dx = \frac{x}{2a} \sinh^2 ax - \frac{1}{4a} x$
 $\int \cosh^2 ax \, dx = \frac{x}{2a} \cosh^2 ax + \frac{1}{4a} x$
 $\int \operatorname{arcsinh}(\frac{x}{a}) \, dx = x \operatorname{arcsinh}(\frac{x}{a}) - \sqrt{x^2+a^2}$
 $\int \operatorname{arcosh}(\frac{x}{a}) \, dx = x \operatorname{arcosh}(\frac{x}{a}) - \sqrt{x^2-a^2}$
 $\int \operatorname{artanh}(\frac{x}{a}) \, dx = x \operatorname{artanh}(\frac{x}{a}) + \frac{1}{2} \ln(a^2-x^2)$

Konvergenzkriterien:
 1. Quotient $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| < 1$
 2. Wurzel $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$
 3. Leibniz 1. Alternanz
 2. Monotonie
 3. Nullfolge
 Majoranten:
 1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{b_n} \right| = 1$
 2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = 1$
 Partialbruchzerlegung:
 1. 1. Nenner
 2. 2. Nenner
 3. 3. Nenner
 4. 4. Nenner
 5. 5. Nenner
 6. 6. Nenner
 7. 7. Nenner
 8. 8. Nenner
 9. 9. Nenner
 10. 10. Nenner

Faktoriellen:	2 ^x :	3 ^x :
1! = 1	1 = 2	1 = 3
2! = 2	2 = 4	2 = 9
3! = 6	3 = 8	3 = 27
4! = 24	4 = 16	4 = 81
5! = 120	5 = 32	5 = 243
6! = 720	6 = 64	
7! = 5040	7 = 128	
8! = 40320	8 = 256	
9! = 362880		

Regel von l'Hospital:
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$
 wenn $\frac{0}{0}$ bzw. $\frac{\infty}{\infty}$



Erzeugendensystem: wenn jedes Vektor als Linearkombination darstellbar
 Basis: wenn Erzeugendensystem linear unabhängig
 Skalarprodukt: wenn kommutativ, linear, positiv definit
 linear unabhängig: Determinante $\neq 0$ mit 0 Kombinationen 0 Vektor darstellen
 Orthogonal wenn Skalarprodukt $\langle v, w \rangle = 0$
 Orthonormalsystem wenn $\langle v, v \rangle = 1$ $\langle w, w \rangle = 1$
 $\langle v, w \rangle = 0$
 wenn orthonormales System dann $\Rightarrow$ Orthogonalitätskriterium
 in komplexen Eigenraum
 $\|v\| = \sqrt{\langle v, v \rangle}$
 also wenn euklidisch
 $\sqrt{x^2+y^2}$